

1. Терулер

1. Есепте $\binom{7}{2}, \binom{20}{1}, \binom{28}{28}, \binom{40}{0}, \binom{23}{23}, \binom{17}{12}$.

2. $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$ жиынының ішкі жиыны A

1) $|A| = 3$, 2) $|A| = 5, 1 \in A$, 3) $|A| = 6, 2 \notin A$, 4) $|A| = 7, \{0, 1\} \subset A, 2 \notin A$,

5) A жиыны екі жұп және үш тақ саннан тұрады, 6) $|A| \leq 5$.

шарттарын орындаған жағдайда, ондай жиындардың сандарын анықтаңдар.

3. Шеңбер бойында A_1, \dots, A_{12} нүктелері белгіленген. Онда

1) ұштары белгіленген нүктелердегі хордалардың;

2) төбелері белгіленген нүктелердегі үшбұрыштардың;

3) төбелері белгіленген нүктелердегі дөңес төртбұрыштардың;

4) $A_2 A_8$ түзуімен ортақ нүктесі болмайтын төбелері белгіленген нүктелердегі үшбұрыштардың;

5) $A_1 A_5$ түзуімен ортақ нүктесі бар төбелері белгіленген нүктелердегі үшбұрыштардың;

сандарын табыңдар.

4. Шеңбер бойында n нүктелер белгіленген. Ол нүктелер хордалар арқылы жалғасқан және олардың ешбір үшеуі бір нүктеде қиылыспаған. Онда

1) дөңгелек ішіндегі хордалардың қиылысу нүктелерінің сандарын;

2) осы хордалардың дөңгелекті неше бөлікке бөлетінін;

Табыңдар.

5. l түзуінде 8 нүкте, m ($m \neq l$) түзуінде 11 нүкте белгіленген. Онда

1) төбелері белгіленген нүктелерде орналасқан төртбұрыштар санын;

2) төбелері белгіленген нүктелерде орналасқан үшбұрыштар санын;

Табыңдар.

6. n кісі k журналды жаздырып алады. Олардың әрбірі екі журнал жазылған, әрбір журналды төрт кісі және журналдардың әрбір пары бір кісі жаздыратын болса, онда n мен k -ны табыңдар.

7. Екі команда 4 жеңіске дейін волейбол ойнайды. Партия саны бойынша есептің өзгеруі неше түрлі болады?

8. 6 қорапқа 4 ақ және 3 қара шарды орналастырудың неше тәсілі бар?

9. Алдыңғы есепті ешбір қорап бос болмайды деп есептеп шығар.

10. 5 қорапқа 20 бірдей шарды

1) әрбір қорапта кемінде екі шар болатындай,

2) әрбір қорапта бес шардан артық болмайтындай,

3) соңында бос қораптар саны екіден артпайтындай.

орналастыру тәсілдерінің сандарын анықтаңдар.

11. $(1 + x + x^2 + \dots + x^{100})^3$ көпмүшелігін жіктегенде x^{100} -дің алдындағы коэффициентті анықта.

12. Дәлелде:
$$\sum_{i_n=1}^m \sum_{i_{n-1}=1}^{i_n} \dots \sum_{i_2=1}^{i_3} \sum_{i_1=1}^{i_2} \sum_{i_0=1}^{i_1} 1 = \binom{m+n}{m+1}.$$

13. n – бірден артық натурал сан болсын. Онда қосылғыштар саны

1) n ;

2) n -нен артпайтын;

натурал сандардың n -ші дәрежелерінің қосындысына жіктелетін натурал сандардың ақырсыз көп болатынын дәлелдендер.

14. Квадраттың қабырғалары тең n бөлікке бөлінген. Бөлу нүктелері арқылы қабырғаларына параллел түзулер жүргізілген. Осы сызықтар арқылы шектелген

- 1) квадраттар санын,
 - 2) тіктөрт бұрыштар санын.
- табындар.

15. Банк басқармасында 7 кісі бар. Олардың әрқайсысында сейфтің (бірнеше құлыпты) құлыптарының кейбіреулерінің кілттері бар. Басқарманың кез келген көпшілігі сейфті ашатындай, ал кез келген кемшілігі аша алмайтындай етіп, басқарма мүшелері араларында кілттерді қалай үлестіру керек және осы мүмкіндікке ең аз дегенде сейф неше құлыпты болады?

16. Келесі кестеде «АБРАКАДАБРА» сөзін оңға және төмен неше тәсілмен оқуға болады?

А	Б	Р	А	К	А
Б	Р	А	К	А	Д
Р	А	К	А	Д	А
А	К	А	Д	А	Б
К	А	Д	А	Б	Р
А	Д	А	Б	Р	А

17. $ABCD$ тіктөртбұрышының қабырғалары торкөз дәптердің түзу сызықтарында орналасқан. AD қабырғасы AB қабырғасынан k ($k \in N$) есе артық. A нүктесінен C нүктесіне торкөздің сызықтары арқылы апаратын (тіктөртбұрышының ішімен) ең қысқа әртүрлі жолдар қарастырылады. Осы жолдардың бірінші бөлігі AD қабырғасында орналасқан жолдар саны – бірінші бөлігі AB қабырғасында орналасқандарынан k есе артық болатынын дәлелде.

18. $a_k = \binom{n}{k}$ болатын (a_k) тізбегін өсу және кему жөнімен зерттеңдер.

19. Ешбір төртеуі бір жазықтықта жатпайтын. 12 нүкте бар. Төбелері осы нүктелерде орналасқан, қабырғаларының ұзындықтары әртүрлі болатын үшбұрыш табылатынын дәлелде.

20. Таратушыда 52 карта бар. Оны төрт ойыншыға неше тәсілмен таратуға болады?

2. Полиномдық формула. Комбинаторикалық тепе-теңдіктер.

1. Келесі көпмүшеліктердің жіктелуіндегі x^k -ның коэффициенттері неге тең ?

1) $(x+2)^{10}, k=3$

2) $(1-2x)^7, k=4$

3) $\left(\sqrt{x} - \frac{2}{x}\right)^8, k=-5$

1) $(x+2)^{10}, k=3$

1) $(x+2)^{10}, k=3$

1) $(x+2)^{10}, k=3$

2. Ньютон биномын пайдаланып, келесі тепе-теңдіктерді дәлелде.

1) $\sum_{k=0}^n 9^k \binom{n}{k} = 10^n$, 2) $\sum_{k=0}^n (-1)^{n-k} 2^k \binom{n}{k} = 1$,

3) $\sum_{k=0}^n k \binom{n}{k} = n2^{n-1}$, 4) $\sum_{k=0}^n (-1)^{k-1} k \binom{n}{k} = 0$,

$$5) \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} / (k+1) = \frac{2^{n+1} - 1}{n+1}, \quad 6) \sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} / (k+1) = \frac{1}{n+1},$$

$$7) \sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{2n}{k} = (-1)^n \binom{2n}{n}, \quad 8) \sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{2n-1}{k} = 0.$$

3. Енгізу-аластау формуласы

1. n натурал санына бөлінетін, бірақ нақты оң x санынан артпайтын натурал сандардың саны $[x/n]$ шамасына тең болатынын дәлелде.
2. 10000-нан артпайтын және 3-ке, 5-ке, 7-ге бөлінбейтін сандардың санын анықта.
3. 3-ке, 5-ке, 7-ге бөлінбейтін төрторынды сандардың санын анықта.
4. 10000-нан артпайтын және 6-ға, 10-ға, 15-ке бөлінбейтін сандардың санын анықта.
5. Егер $n = 30m$ болса, онда n -нен артпайтын және 6-ға, 10-ға, 15-ке бөлінбейтін сандардың саны $22m$ -ге тең болатынын көрсет.
6. $n > 5$ болса, онда $\{n+1, \dots, n+30\}$ жиынында жай сандар саны 8-ден артпайтынын дәлелде.
7. ABC үшбұрышының әр қабырғасында оларды тең бөліктерге бөлетін n нүкте белгіленген. Төбелері осы белгіленген нүктелерде (әр қабырғада) орналасқан үшбұрыштарды қарастырайық. Қабырғалары ABC үшбұрышының әр қабырғаларына параллел болмайтын үшбұрыштар санын анықта.
8. Цифрларының қосындысы 27-ге тең болатындай алтыорынды нөмірлер (алғашқы цифры нөл болуы да мүмкін) санын анықта.
9. Әмиянда 1, 2 және 5 теңгелік 60 монет (әрқайсысы 20-дан) бар. Осылардың ішінен k монетті неше жолмен таңдап алуға болады.